

Что и как мы развиваем с помощью математического образования?

М. Я. Арест

1. Анализ ситуации.

За пределами школы для некоторых из нас математика осталась только в денежных расчетах и в процентах. Но что касается алгебраических или логарифмических уравнений, то о них остались только смутные воспоминания, что решение этих уравнений было связано с выучиванием кучи формул.

Зачем мы изучаем математику? Может можно вполне ограничиться изучением операций над числами, которые нужны для денежных расчетов?

Представьте себе жонглера в цирке. Что бы он не уронил предметы нужна серьезная тренировка по координации. А если он жонглирует бомбами то его ошибка будет стоить ему жизни.

Зачем он жонглирует предметами? Это его номер в цирке и это его способ зарабатывания денег. Он развлекает зрителей в цирке, показывая свои умения.

Теперь заменим предметы логическими формами, а жонглера-учителем математики, который ловко жонглирует логическими формами. Его задача состоит в том, чтобы воспитать у своих учеников такое же жонглирование.

Задается ли он вопросом: откуда взялись эти логические формы? Нет, он изучал в свое время математику и в этом изучении такие вопросы не ставились. Логическая форма определялась, изучались ее свойства, а потом начинались манипуляции с ней. Важно было соблюдать условия жонглирования.

Некоторые ученики от такого виртуозного жонглирования приходили в восторг. Им хочется всю жизнь заниматься таким жонглированием, в котором видится красивая логика. Такие люди называются чистыми математиками.

Они никогда не принимали участия в изучении процессов. Они занимаются разработкой логических форм при изучении уже созданных моделей. Указанные модели создают люди, у которых чувство школьного и вузовского жонглирования было основательно подзабыто. На свой страх и риск они строят дикие модели и уровень такой дикости становится с каждым разом все ужаснее.

Но математиков это не пугает потому что поиск новых средств для них становится повышением искусства жонглирования. Таким образом под развитием логического мышления понималось искусство управления логическими формами.

На главный вопрос: где мы это применяем в жизни был всегда точный ответ, что изучение математики необходимо для общего развития! Так ли это на самом деле?

2. О процессе познания в связи с математическим образованием.

Автор данной статьи исходит из того, в познании отражаются количества-связи-процессы-механизмы-процедуры-системы, Отражаются они как (мера, измерение число)-(отношение, координация, соответствие)-(переменная, анализ, последовательность)-(структура, структурирование, форма)-(программа, проектирование, алгоритм)-(система, систематизация, дерево развития).

Учит ли математическое образование логическому отражению? Учит ли оно создавать логические средства? Разумеется, нет.

Математическое образование дедов и внуков мало чем отличается по форме (информационное наполнение), а по содержанию остается тем же процессом обучения.

Количественное моделирование и числовая математика действительно разработаны, но что касается структурного моделирования и множественной математики – здесь настоящая целина.

Те кто занимались математическим развитием, не могли понять, что совершенствуют искусство жонглирования. Разумеется, такое развитие не имело ничего общего с развитием природного мышления.

К сожалению, процесс обучения подмял под себя процесс познания. Лишь единицы оттолкнули от себя процесс, который "делал" голову, направляя мозги. Что же касается большинства то оно попало под каток варварского математического образования, истребляющего природное мышление.

Поскольку процессом познания никто из математиков не занимался, используя средства современной множественной математики, то предпочли менять форму процесса обучения. Так вместо передачи готовых знаний возникла мысль о постановке проблем, решение которых приводит к тому же знанию. Так появилось развивающее обучение (РО), которое по-прежнему не имело отношение к процессу познания и логическому отражению.

3. Две формы математического развития

С развитием логического мышления мы уже определились: математическое образование совершенствует способности в манипулировании логическими формами. Когда такое манипулирование заканчивается, то (по идее) должно заканчиваться и развитие логического мышления. Вот с этим автор никак согласится не может: логическое мышление развивается независимо от умения манипулировать логическими формами.

Но что понимается под математическим развитием в математическом образовании? Психологи и педагоги понимают под этим движение обучаемого по реке

математического знания от одного математического объекта к другому. Следовательно, математическое развитие понимается как пополнение математического знания.

Но на практике обучающихся знакомят с единственным математическим объектом - натуральным числом. Следовательно, приращения математического знания нет.

Тема математического развития дошкольника заинтересовала журнал "Детский сад: теория и практика", и он предложил высказаться по данной проблеме. Именно там появилась статья автора (совместно с проф. Тупичкиной Е. А.), которая называется "Нестандартный подход к математическому развитию дошкольников". Правильней ее было бы назвать "Математический подход к математическому развитию дошкольников".

Именно в этой статье впервые появляется система математических отношений, которая отслеживает весь путь развития математического знания с древности до наших дней (филогенез математического знания). И в этой статье утверждается тот факт, что осваивая математическое отношение, дошкольник самостоятельно конструирует математический объект, соответствующий этому отношению.

При таком подходе процесс обучения (передача логической формы математического объекта в готовом виде) сменяется процессом познания (самостоятельное конструирование логической формы исходя из возможностей интеллекта). При этом при переходе от освоения одного математического отношения к другому происходит математическое развитие природного мышления (так же как происходило интеллектуальное развитие общества в истории развития математического знания)..

Казалось бы, что данная статья вызовет серьезную дискуссию, но этого не произошло. Для всех читателей идея математических отношений осталась за семью печатями. А ведь именно в математических отношениях раскрывается интуитивно-содержательный смысл логической формы. Увы, мы настолько привыкли к тому, что математическое образование – это, в первую очередь, некоторый логический аппарат, что о содержательном смысле математического знания и не задумываемся.

Рассмотрим следующую задачу. У нас есть красные и синие квадратики одного размера. Соберем из красных квадратиков квадрат, потом из синих квадратиков квадрат. Потом соединим оба квадрата и попытаемся построить красно-синий квадрат. В такой постановке задача вполне доступна дошкольнику. А какое математическое знание за ней скрывается?

Во-первых, это решение уравнения $m^2 + n^2 = p^2$ в натуральных числах. А во-вторых, - тройка таких натуральных чисел является пифагоровой тройкой. Только что перед нами прошла теорема Пифагора на уровне пространственных материальных форм.

Если же мы заменим квадратики кубиками, то получим уже уравнение

$m^3 + n^3 = p^3$. Но теперь мы уже не сможем найти такую тройку чисел. Таким

способом ребенок в раннем развитии знакомится с теоремой Ферма, а это и означает воспитание математической культуры.

Что же хочет сказать автор этой статьей? Только то, что математическое знание имеет не только символическую форму, и это было наглядно показано. Кроме того, работая с пространственными материальными формами и математическими отношениями, мы начинаем процесс математического развития уже в ранний период.

Почему же мы этого не замечали раньше?

4. О психологии математического образования.

Математическое образование педагогов ограничено количественным моделированием и числовой математикой. Кроме того, они изучают математику на символическом уровне, за которым не видно содержательной основы математики. Ничего не поделаешь: в изучении математики мы выбрали идеалистический, а не материалистический подход.

В дополнение ко всему мы еще и выкинули диалектику самого математического знания. Но это только одна часть проблемы. Вторая состоит в том, что преподаватели математики незнакомы с психологией. Поэтому когда делается реформа математического образования, то она делается без всякого понимания психологии. С результатами такой реформы мы уже знакомы.

В чем же состоит психология математического образования? По-видимому, в том, чтобы видеть математическое образование со стороны ребенка. Что же это означает? Только то, что уровень абстракции должен соответствовать возрастному развитию.

Приведем простой пример из физиологии. Почему нельзя давать однодневному младенцу свежайший творожок? Потому что желудочно-кишечный тракт не сможет переварить пищу с высокой концентрацией белка и произойдет заворот кишок.

Что является уровнем концентрации информации? Качество ее абстрактности. Чем более абстрактна информация, тем дальше она должна быть от малыша. Почему же мы тогда даем в раннем развитии символы цифр и букв? Мы так делаем по глупой традиции, потому что у молодых родителей нет никаких психологических знаний.

В концепциях математического образования мы не видим трех целей:

1. Сохранение природного мышления ребенка и максимальное его развитие. Он должен научиться в математике угадывать раньше чем доказывать. Интуитивное мышление должно выступать раньше логики.

2. Непрерывность математического образования, которое должно начинаться очень рано. И начинаться оно должно с развития сенсорных каналов восприятия (без перегрузки зрения). В настоящее время в детских садах не проводятся занятия с закрытыми глазами на распознавание образов.

3. Базовое математическое образование должно быть игровым. Не занятия по математике переносить в детский сад, а настольные образовательные игры. Только тогда состоится преемственность формы математического образования.

Мы должны развивать в детях способность к познанию посредством освоения математических отношений, а не умение манипулировать логическими формами, как это делаем сегодня.

Автор провел в школе свыше 20 лет и видел, к чему приводит традиционное математическое образование. Если мы продолжим эту традицию, то еще больше разрушим интеллект будущего поколения.